

Bensinpriser

1. juli gikk bensinprisen opp med 6 %. 1. august gikk den ned igjen med 6 %.

- a) Er bensinprisen den samme i august som den var i juni?
- b) Hvor mye ville bensinen kostet dersom den gikk ned 6 % først og deretter opp igjen?

- a) Nei, den er billigere i august enn i juni.
- b) Prisen i august ville blitt den samme (dvs litt billigere enn i juni)

Løsningsforslag

a) La oss si at bensinprisen for 1. juli var 10 kr. Etter 6% stigning koster den

$$10 \text{ kr} + 10 \text{ kr} \cdot 6/100 = 10,60 \text{ kr.}$$

Etter 6% rabatt fra 1. august er prisen

$$10,60 \text{ kr} - 10,60 \text{ kr} \cdot 6/100 = 10,60 \text{ kr} - 0,636 \text{ kr} = 9,964 \text{ kr.}$$

En ser da at bensinen er billigere i august enn i juni.

b) Prisen i august ville blitt den samme som i oppgave a). På samme måte som i a) ser vi at

$$\text{Startpris} = 10 \text{ kr}$$

$$\text{Pris juli} = 10 \text{ kr} - 10 \text{ kr} \cdot 6/100 = 10 \text{ kr} - 0,60 \text{ kr} = 9,40 \text{ kr}$$

$$\text{Pris august} = 9,40 \text{ kr} + 9,40 \text{ kr} \cdot 6/100 = 9,40 \text{ kr} + 0,564 \text{ kr} = 9,964 \text{ kr.}$$

Så prisen i august ville blitt den samme!

Løsning

- a) Nei, den er billigere i august enn i juni.
- b) Prisen i august ville blitt den samme (dvs litt billigere enn i juni)

Brushhandling

Annette gikk på kiosken for å kjøpe 8 flasker brus. Da hun skulle betale viste det seg at hun hadde 12 kroner for lite med seg. Derfor kjøpte hun bare 7 flasker. Da hun hadde betalt, hadde hun igjen 10 kroner. Hvor mye kostet hver av brusflaskene?

Løsningsforslag

Hvis en flaske brus koster x kroner, og Annette har igjen 10 kroner, men hadde 12 kroner for lite til å kjøpe en til, koster brusen

$$x = 10 \text{ kr} + 12 \text{ kr}$$

$$X = 22 \text{ kr}$$

Løsning

22 kroner

Bursdagstull

En mann erklærte: "I forgårs var jeg 15 år, og til neste år fyller jeg 18!"

Hvordan kan det være mulig?

Løsningsforslag

Det ble ytret på 1. januar, og mannen hadde bursdag på nyttårsaften.

Løsning

Det ble ytret på 1. januar, og mannen hadde bursdag på nyttårsaften.

Damer

Svært få damer liker å røpe alderen sin. Selv de mest anstendige damer har bevisst unngått å fortelle hele sannheten om sin egen alder. En dag spurte jeg Synnøve, Lindis og Kristine om hvor gamle de var. Alle kunne riktignok avgi svar med en gang, men av de tre svarene som hver av dem ga, var det ene galt. Til tross for dette kunne jeg finne ut fra de øvrige - korrekte - svarene finne ut hvor gamle de tre damene virkelig var. De ga følgende opplysninger:

Synnøve: Jeg er to-og-tyve. Jeg er to år yngre enn Lindis. Jeg er ett år eldre enn Kristine

Lindis: Jeg er ikke den yngste. Kristine og jeg har en aldersforskjell på tre år. Kristine er fem-og-tyve.

Kristine: Jeg er yngre enn Synnøve. Synnøve er tre-og-tyve.

Lindis er tre år eldre enn Synnøve.

Hvor gamle er damene?

Løsningsforslag

S = Synnøve

K = Kristine

L = Lindis

La oss sette opp litt mer systematisk hva hver av dem sa:

Synnøve: $S = 22$, $S = L - 2$, $S = K + 1$

Lindis: Ikke yngst, $L = K \pm 3$, $K = 25$

Kristine = $K < S$, $S = 23$, $S = L - 3$

Hver av jentene har løyet en gang hver. Her handler det egentlig bare om å prøve seg fram. Et par hint: Lindis sier at hun ikke er yngst,- det stemmer nok. Synnøve sier at hun er 22 år. Det tror vi ikke noe på. Jenter har en tendens til å si at de er litt yngre enn de er... Hvis dette er Synnøves løgn, så må det andre hun sier stemmer. Men da er det lett å finne ut hvilket av utsagnene til Kristine som er løgn.

Hold tunga rett i munnen og let deg fram! Lykke til!

Løsning

Synnøve er 23, Lindis er 25 og Kristine er 22 år gammel.

Deling av bananer

Femten bananer deles ut blant et ukjent antall aper. Hver ape får minst en banan. Ingen aper får det samme antall bananer. Hvor mange aper kan vi på det meste dele disse bananene på?

Løsningsforslag

Hver ape får minst en banan og ingen får like mange:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

5 aper kan få bananer.

Løsning

5

Deling av penger

Hege og Arne delte 200 kroner. Tredelen av det Hege fikk, var lik halvparten av det Arne fikk. Hvor mye fikk hver av dem?

Løsningsforslag

Dersom Heges andel settes til x , har vi at Arnes andel er $\frac{1}{3}x \cdot 2$.

Dermed har vi at

$$x + \frac{1}{3}x \cdot 2 = 200 \text{ kr}$$

$$x = 120 \text{ kr}$$

Arnes andel blir dermed $200 - 120 = 80$ kr.

Løsning

Hege: 120 kroner

Arne: 80 kroner

Dobbel bursdagsfeiring

Hos familien Moen er det dobbel bursdagsfeiring hvert år, fordi både pappa Finn og sønnen Atle har bursdag på samme dag. Dagen da Finn ble 36 år og Atle 9 år, hadde moren bakt en stor felles bursdagskake, slik som hun pleide. Mens de satt og spiste, sa Atle: "Pappa, i dag er du 4 ganger så gammel som meg!" "Ja, og jeg kom til å tenke på den dagen da jeg var hele 7 ganger så gammel som deg, jeg. Den dagen fikk vi ikke noen felles bursdagskake." sa pappa. "Hæh?!? Hadde vi ikke begynt med felles bursdagskake i familien den gangen?" spurte Atle. "Joda, det begynte vi med fra du var ett år gammel" svarte pappa. Atle sukket oppgitt og sa: "Nei - det skjønner jeg ikke!" Hva var forklaringen?

Løsningsforslag

La oss sett F = farens alder og A = Atles alder.

Differansen i alder er

$$F - A = 36 - 9 = 27 \text{ som gir at } F = 27 - A$$

Videre vil vi finne ut når F var 7 ganger mer enn A ;

$$F = 7A$$

Dermed har vi to likninger med to ukjente. En kan løse disse på vanlig måte eller en kan prøve seg fram. Uansett får en at $A = 4,5$ og $F = 31,5$. Den dagen hadde selvfølgelig ingen bursdag.

Løsning

Da faren var 31,5 år og Atle var 4,5 år, var faren 7 ganger så gammel som Atle. Den dagen hadde de selvfølgelig ingen bursdagskake.

Egg uten bacon

En bonde har griser og høner, til sammen 304 dyr. En dag selger han alle grisene, og kjøper høner isteden. Han kjøper 17 høner for hver gris han selger. Når han er kvitt alle grisene, er det 368 dyr på gården. Hvor mange griser hadde bonden opprinnelig?

Løsningsforslag

Bonden økte antallet med $368 - 304 = 64$ dyr. For hver gris han solgte, fikk han 17 høner, det vil si en økning på 16 dyr. Det vil si at han hadde $64/16 = 4$ griser opprinnelig.

Løsning

4

En enkel addisjon

Du starter med en rekke på seks 1-tall:

1 1 1 1 1 1

Sett inn pluss-tegn der det måtte passe for å få 24 som svar når du summerer opp.

Løsningsforslag

$11 + 11 + 1 + 1$

Løsning

$11 + 11 + 1 + 1$

Et veldig langt tog

Vebjørn og Kaja skal kjøre tog. Kaja går på 34. vognen bakfra, mens Vebjørn går på den 17. vognen når en teller forfra. Til sin store glede ender de opp i samme vogn!
Hvor mange vogner har toget?

Løsningsforslag

Toget vil da ha $34 + 17 - 1 = 50$ vogner. Vi må trekke fra 1 fordi at de begge har talt med den vognen de ender opp i.

Løsning

50 vogner

Fargerike fyrstikker

Liv, Tor og Jan er ivrige samlere av fyrstikkesker. Hver av dem har en fin samling i mange forskjellige farger og fasonger, både norske og utenlandske.

Liv og Tor har til sammen 66 fyrstikkesker. Tor og Jan har til sammen 76 esker, og Jan og Liv har til sammen 70 esker.

Hvor mange fyrstikkesker har hver enkelt?

Løsningsforslag

Dette kan løses ved "prøv og feil"-metoden, eller vi kan sette opp 3 likninger:

$$\text{Liv} + \text{Tor} = 66$$

$$\text{Tor} + \text{Jan} = 76$$

$$\text{Jan} + \text{Liv} = 70$$

Ved å løse disse likningene får du at Liv har 30, Tor har 36 og Jan har 40 esker.

Løsning

Liv har 30, Tor har 36 og Jan har 40 esker.

Ferieforberedelser

Familien Johansen har dårlig tid. De skal på ferie og må dra så fort som mulig. Før de reiser er det derimot en del oppgaver som må utføres, og alle er interessert i få dem unna fortere enn svint.

De starter presis kl. 16 med følgende oppgaver:

- Herr Johansen skal grille 3 biffer. Det tar 10 minutter å grille en side av biffen, og grillen tar bare 2 biffer om gangen.
- Fru Johansen og barnepiken bruker like lang tid på å forberede middagen som herr Johansen bruker på å grille.
- Alle tre skal spise samtidig, og middagen tar 10 minutter inkludert avrydding av bordet.
- Barnepiken går hjem.
- Huset skal støvsuges. De har en støvsuger, og arbeidet tar 30 minutter.
- Gresset må klippes. Den har en gressklipper, og arbeidet tar 30 minutter.
- Deres lille sønn Arne må ha mat. Denne oppgaven krever 30 minutter.

Barnepiken er kun med på middagsforberedelsene og middagen. Når kunne familien Johansen forlate huset og dra på ferie?

Løsningsforslag

Grilling:

6 sider skal grilles (3 biffer der alle 3 har to sider)

Det vil ta $6 \cdot 10 \text{ min} = 60 \text{ min}$. Men grillen tar to biffer om gangen. Derfor tar grillingen 30 min.

Spise middag:

10 min.

Videre fordeling:

Herr J klipper plen i 15 min og støvsuger deretter i 30 min. Fru J starter med å mate Arne i 30 min og klipper så ferdig plenen, som tar 15 min. Dette blir dermed totalt 45 min arbeid på hver.

Da har vi: $30 + 10 + 45 = 85 \text{ min}$.

85 min etter klokka 16.00 er klokka 17.25.

Løsning

Kl. 17.25 (fem på halv seks).

Fire firere

Vi har fire 4-tall. Ved å bruke de fire regningsartene (+, -, ·, /), kan vi ved hjelp av 4-tallene skrive mange tall. For eksempel kan vi skrive tallet 0 som

44 - 44 eller 4 + 4 - 4 - 4.

Hvordan kan vi skrive tallene 5, 10 og 15?

Løsningsforslag

Her er det egentlig bare å sette seg ned å prøve seg fram!

$$[(4 \times 4) + 4] / 4 = 5$$

$$(44 - 4) / 4 = 10$$

$$(4 \times 4) - (4 / 4) = 15$$

Løsning

$$[(4 \times 4) + 4] / 4 = 5$$

$$(44 - 4) / 4 = 10$$

$$(4 \times 4) - (4 / 4) = 15$$

Fotball-turnering

Knøtte-cupen i Halså hadde i år rekordstor deltagelse. Hele 227 lag var påmeldt. For at regnskapet skal stemme slik at det blir 2 lag i finalen, 4 lag i semifinalen, 8 lag i kvartfinalene, osv., må noen lag stå over første runde. Hvor mange lag står over første runde, og hvor mange kamper spilles i første runde?

Løsningsforslag

Det er 16 lag i 8-delsfinalene, deretter 32 lag, 64 lag, 128 lag og 256 lag. Da det ikke er 256 lag, blir første fulle runde når det er kun 128 lag igjen.

$227 - 128 = 99$, altså skal 99 lag elimineres, og det må spilles 99 kamper. Disse kampene vil involvere $99 \times 2 = 198$ lag.

$227 - 198 = 29$ lag må stå over første runde.

Løsning

29 lag må stå over første runde. Det spilles 99 kamper i første runde.

Fyrstikk-rektangelet

Pappa gir Kristoffer 54 fyrstikker som Kristoffer skal lage ett stort rektangel av. Men, ikke et hvilket som helst rektangel, det skal være så stort som mulig (dvs. størst mulig flateinnhold) - og selvfølgelig må ikke Kristoffer brette noen fyrstikker.

Etter en stund klarte han det. Hvor langt og hvor bredt var rektangelet?

Løsningsforslag

Halvparten av 54 er 27. Ved hjelp av 27 fyrstikker skal K lage to av sideveggene i rektangelet. Det er viktig at begge er så lange som mulig. Jo større tall på sidene, jo større areal på flateinnholdet.

$$27 = 13 + 14$$

Med sider på 13 og 14 fyrstikker er begge sideveggene så lange som mulig.

Løsning

13 fyrstikklengder ganger 14 fyrstikklengder.

Husnummer

I en gate har vi husnumrene 2, 4, 6 og 8.

I hvert av de 4 husene bor det en elev. Hver elev har sitt favorittfag og dessuten et eget kjæledyr.

- a. Eleven i nr.6 liker fysikk.
- b. Hunden er nabo til hesten.
- c. Ole liker matematikk og bor på den ene enden.
- d. Erik bor mellom hesteeieren og eleven som har fysikk som favorittfag.
- e. Kristine bor ved siden av katteeieren.
- f. Eleven som bor lengst til høyre, har teknikk som favorittfag.
- g. Katten er nabo til eleven som liker norsk.

I hvilket hus bor Åse, og hvem eier apekatten?

Løsningsforslag

Her skal Ole, Erik, Åse og Kristine, samt hesten, hunden, katten og apekatten plasseres i riktig hus. I tillegg skal vi finne favorittfaget til alle elevene.

Eleven i nr 6 liker fysikk. Erik bor mellom hesteeieren og eleven som har fysikk som favorittfag. Siden hund og hest er naboer, vet vi da at hest må bo i nr 2 og hund sammen med Erik i nr 4. Vi vet også at Kristine bor ved siden av katten som bor ved siden av eleven med norsk som favorittfag. Dermed må Kristine bo i nr 8, katten i nr 6 og Erik med hunden i nr 4 har norsk som favorittfag.

Nå er vi godt i gang. Lykke til videre! Du vil snart finne ut at Åse bor i nr. 6 og Kristine eier apekatten.

Løsning

Åse bor i nr. 6 og Kristine eier apekatten

Julekort med rabatt

Et Unicef-kort koster 4 kr. Men så finnes det følgende mengderabatt:

hvis man kjøper 20 kort eller mer, blir prisen kr. 3,5 pr. stk.

Hvilket antall lønner det seg aldri å bestille?

Løsningsforslag

$$20 \cdot 3,5 = 70$$

$$17 \cdot 4 = 68$$

$$18 \cdot 4 = 72 \text{ og } 19 \cdot 4 = 76.$$

Av disse regnestykkene ser vi at ved kjøp av 17 kort blir det billigere enn 20 kort med rabatt. Men ved kjøp av 18 eller 19 kort må du betale mere enn om du kjøper 20. Det er derfor ikke lurt å kjøpe 18 eller 19 kort.

Løsning

18 eller 19 kort

Katt og mus

Denne problemstillingen kan kanskje høres noe makaber ut, men verden har sett mer merkelige problemstillinger. Når halvannen katt klarer å fange halvannen mus på halvannet minutt; hvor lang tid bruker en katt på å fange seksti mus?

Ikke kikk på løsningen før du har forsøkt å finne svaret på egen hånd.

Løsningsforslag

I oppgaveteksten står det at "1,5 katt fanger 1,5 mus på 1,5 minutt". Det betyr at 1 katt bruker 1,5 min på å fange 1 mus.

Dermed bruker 1 katt $60 \cdot 1,5 = 90$ min på å fange 60 mus.

Løsning

Halvannen ganger seksti - nitti minutter.

Klokkenøtt

Klokka er mellom kvart over fire og halv fem. Hvor mye er den (nøyaktig på sekundet) idet storeviseren og lilleviseren peker i samme retning?

Løsningsforslag

Her er det bare å sette seg ned med klokka og resonnerer seg fram. Lykke til!

Løsning

Klokka er 4.21.49 (eller 16.21.49)

Klovnens Krusty

Klovnens Krusty har mange forskjellige klær. Han har 3 hatter, 2 jakker, 4 bukser og 3 par sko som alle er forskjellige.

Hvor mange ulike påkledninger kan Krusty "komponere" med disse plaggene? Han tar aldri på seg to forskjellige sko.

(To påkledninger er ulike når minst ett av plaggene er forskjellig)

Løsningsforslag

Dette er en ren kombinatorikkoppgave. En kan tegne situasjonen og telle, eller en kan bruke en setning fra kombinatorikken som gir svaret direkte:

$3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 = 72$ forskjellige påkledninger.

Løsning

72

Ku, geit og gås

En bonde har funnet ut at kua og geitene hans trenger 45 dager på å spise opp gresset på enga, mens kua og gåsa trenger 60 dager på det. Siden han dessuten har fått fastslått at geita og gåsa trenger 90 dager på å spise opp alt gresset, vil han gjerne vite hvor lang tid de tre dyrene må beite sammen før enga er snauspist. Vi setter som første forutsetning at det norske sommerværet er så dårlig at gresset ikke gror i det hele tatt mens buskapen beiter.

Løsningsforslag

Løsningen på dette problemet bød bonden på noe hodebry, men ikke mer enn at han klarte å finne ut av det. Når kua og geita klarte å fortære $\frac{1}{45}$ av gresset på en dag, betyr det, sagt på en annen måte, at de fikk unna $\frac{4}{180}$ pr. dag. Kua og gåsa fikk altså unna $\frac{3}{180}$ og geita og gåsa $\frac{2}{180}$. Altså eter to kyr, to geiter og to gjess til sammen $\frac{9}{180}$, eller $\frac{1}{20}$ av enga pr. dag. Det betyr i sin tur at en ku, en geit og en gås ville få unna halvparten av dette, $\frac{1}{40}$, pr. dag og at det ville ta dem 40 dager å snauspise enga.

Løsning

40 dager.

Kvadrat eller sirkel

Stein har fått en ny kniv og nå skal han og broren, Ove, "kappe land". De finner et gammelt tau som er 3 m langt. De knytter endene sammen og Stein legger tauet på bakken i form av et pent kvadrat som skal være "landet". Men Ove sier at hvis de legger tauet i form av en sirkel blir "landet" større.

Selv om de legger tauet på bakken både på den ene og den andre måten, er det ikke lett å se forskjellen. Hvem har rett?

Løsningsforslag

Når omkretsen til en sirkel er 3 m, er radiusen 0,477707 m. Dermed er arealet

$$0,477707 \cdot 0,477707 \cdot 3,14 = 0,72 \text{ kvadratmeter.}$$

Et kvadrat med omkrets 3m har sider som er $3/4 \text{ m} = 0,75 \text{ m}$.

Arealet er da $0,75 \cdot 0,75 = 0,56 \text{ kvadratmeter}$.

Sirkelen er størst.

Løsning

Sirkelen er størst.

Lillebroren

Andreas ble født den dagen Johan fylte 3 år. En dag kommer Johan til å være dobbelt så gammel som Andreas. Hvor gammel er Andreas da?

Løsningsforslag

Johan 3 år --- Andreas 0 år

Johan 4 år --- Andreas 1 år

Johan 5 år --- Andreas 2 år

Johan 6 år --- Andreas 3 år

$$2 \cdot 3 = 6$$

Andreas er 3 år når Johan er dobbelt så gammel som han.

Løsning

3 år gammel

Liten luring

Hva er en tyvedel av halvparten av en tidel av 10 000?

Løsningsforslag

$$1/20 (1/2 (1/10 \cdot 10\,000)) = 1/20 (1/2 \cdot 1000) = 1/20 \cdot 500 = 25$$

Løsning

25

Lynregning

Hva er halvannen tredel av hundre?

Løsningsforslag

$$\frac{3}{2} \left(\frac{1}{3} \cdot 100 \right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{100}{3} = \frac{100}{2} = 50$$

Løsning

50

Måle vann

Ved hjelp av et 3-liters spann og et 5-liters spann skal du måle opp 4 liter vann. Spannene er ikke graderte, og du har ubegrensede mengder vann. Hvordan vil du måle opp 4 liter vann med disse spannene?

Løsningsforslag

En annen måte å løse oppgaven på er å bruke 3-litersspannet og fylle over i 5-litersspannet to ganger. Da vil du sitte igjen med 1 liter i 3-litersspannet etter at du har tømt over 2. gangen. Tøm 5-litersspannet, tøm over literen fra 3-litersspannet og fyll dette en gang til.

Løsning

Det er mange måter å gjøre dette på, her er et eksempel: Fyll 5-litersspannet og hell det over i 3-litersspannet. Du har 2 liter igjen i 5-litersspannet. Tøm 3-literen og hell over de 2 literene fra 5-litersspannet. Fyll 5-litersspannet, og tøm over i 3-litersspannet til det er fullt. Du har nå 4 liter igjen i 5-litersspannet.

Minus 15% og pluss 15%

Mads var en tur innom sportsbutikken og handlet en del ting der. Han hadde flaks, for akkurat den dagen var prisen på de fleste ting nedsatt med 15%. Han kjøpte blant annet en bordtennisracket til søsteren sin. Da han kom hjem så han på kassastrimmelen at han hadde betalt kr. 68.

Mads syntes at prisavslaget på 15% som han hadde fått på racketen, kunne han få selv. Han fant fram lommeregneren sin, tastet inn 68, plusset på med 15%, og dette ga kr. 78,20. Dette beløpet krevde han av søsteren sin, for "det var den vanlige prisen for racketen", som han sa. Var det det?

Løsningsforslag

Oppgaven kan løses på følgende måte:

Sett "vanlig pris" = x og regn ut avslaget i pris ut fra dette, da kan vi sette opp at

$$x - x \cdot 15\% = 68$$

$$x = 80$$

Hvorfor kommer vi ikke tilbake til utgangspunktet?

Ta et litt enklere eksempel.

Start med 100, ta vekk 50% - det blir 50.

Ta 50 og legg til 50% og du kommer til 75 - ikke 100.

Vi regner "prosenten" av to forskjellige tall!

Løsning

Nei, den vanlige prisen for racketen var 80 kr.

Mor og sønn

Torkell er 13 år og mammaen er 38 år. Hvor mange år er det til Torkell er halvparten så gammel som mammaen?

Løsningsforslag

Det er $38 - 13 = 25$ år i aldersforskjell på Torkjell og moren.

Dette kan løses med likningssett med to likninger og to ukjente.

Sett $y = \text{morens alder}$ og

$x = \text{Torkjells alder}$,

så vet vi at $y - x = 25$, og vi får spørsmål om når $x=y/2$.

Setter vi inn for x i den første likningen får vi $y = 50$ og da vet vi at den eneste gangen Torkjell er halvparten av morens alder er når hun er 50, og det er 12 år til. Da må det også være 12 år til Torkjell er halvparten så gammel.

Løsning

12 år

Murstein

Hvor mye veier 2 murstein når 1 murstein veier 5 kg + 1/2 murstein?

Løsningsforslag

Oppgaven kan løses ved hjelp av f.eks en likning.

Om vi setter "vekten av 1 murstein" = x , kan vi ut fra opplysningene i teksten sette opp at

$$x = 5\text{kg} + 0,5x$$

Hvilket gir $x = 10$ kg, og da må to murstein veie 20 kg.

Løsning

20 kg

Nattluen

Du kan stille denne gåten til sidemannen hvor som helst, men det gjør seg definitivt best i venteværelset på jernbanestasjonen eller i togkupéen. Problemet er som følger:

En passasjer har sovnet etter å ha tilbakelagt halve reiselengden. Ta-tam, ta-tam, ta-tam ... det er ikke noe mer søvndyssende enn rytmen av toghjul over skinnegangen. Passasjeren sover til han (og følg med nå, og i nødsfall: les dette to ganger!) fremdeles har halvparten av den reiselengden som han allerede har tilbakelagt foran seg fra det tidspunktet han begynte å sove. Hvor stor del av reisen har denne mannen sovnet bort?

Løsningsforslag

Dette er et problem som kanskje er lettere å løse når en tegner opp og visualiserer det som skjer.

Lag en reiselinje fra f.eks A til B og markèr først halvparten av reiselengden (her sovnet passasjeren).

Han våkner når han har halvparten av reiselengden han har sovnet, igjen - dette betyr at den siste halvdelen av reisen fra A til B kan deles opp i 3 like store lengder (to deler hvor han sover, og en del hvor han er våken).

Dersom du nå deler opp hele strekningen i tilsvarende det du har gjort fra innsovning til B, vil du finne at passasjeren har sovnet 2 av 6 deler fra A til B, eller $\frac{1}{3}$ av hele reisen.

Løsning

Passasjeren har sovnet to tredjedeler av halvparten av reiselengden, med andre ord en tredjedel av hele reiselengden.

På fisketur

Gullfisken Sportsfiskeklubb har 7 medlemmer. Medlem nr. 1 fisker hver dag, medlem nr. 2 hver andre dag, medlem nr. 3 hver tredje dag, osv.

Hvor ofte fisker alle medlemmene samtidig?

Løsningsforslag

Den dagen de fisker sammen må kunne deles på hvert medlems "fiskedagstall", så nummeret på den dagen de er på fisketur samtidig vil kunne deles på 1, 2, 3, 5 og 7 (dagene til de som fisker hver 4. dag og hver 6. dag er ikke tatt med fordi $4 = 2 \cdot 2$ og $6 = 2 \cdot 3$).

Det første tallet hvor dette er mulig, er $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$ (minste felles multiplum for 1, 2, 3, 4, 5, 6 og 7)

Løsning

Hver 420. dag.

På Pizzahjørnet

En gjeng gamle skolekamerater traff hverandre på Pizzahjørnet på Nesbyen. Alle skulle ha en pizza. De fleste bestilte en 90 kroners pizza, mens resten bestilte hver sin 70 kroners pizza. Alle pizzaene til sammen kostet nøyaktig 1000 kroner. Hvor mange personer var det i gjengen?

Løsningsforslag

Sett antall personer som kjøpte 90 kroners pizza = x ,
antall personer som kjøpte 70 kroners pizza = y

Da får vi

$$90 \cdot x + 70 \cdot y = 1000$$

Vi vet at det var flere personer som kjøpte 90 kroners pizza enn de som kjøpte 70 kroners pizza;

$$x > y$$

Vi kan nå sette inn ulike verdier for x og y ("prøv og feil"), og finner da at $x = 8$ og $y = 4$ løser likningen over.

Løsning

12

Partall

Summen av 4 partall er 124. De fire tallene følger etter hverandre.
Hvilke fire tall er det?

Løsningsforslag

Her er nok det enkleste "prøve- og feile metoden".

Men vi kan gjøre en kvalifisert gjetning siden det er 4 partall rett etter hverandre og disse tilsammen skal bli over 120. Det er naturlig å starte et sted rundt 30 fordi $4 \cdot 30 = 120$

Løsning

28, 30, 32 og 34

Penger

Per Ivar og Anne Marie har tilsammen 66000 kroner. Per Ivar har 24000 kroner mer enn Anne Marie. Hvor mye har hver av dem?

Løsningsforslag

Dette kan settes opp på følgende måte

Anne Marie har = x

Per Ivar har = $24\ 000\ \text{kr} + x$,

og tilsammen har de

$$(24\ 000\ \text{kr} + x) + x = 66\ 000\ \text{kr}$$

$$x = 21\ 000\ \text{kr}$$

Anne Marie har 21 000 kr, og Per Ivar har $24\ 000\ \text{kr} + 21\ 000\ \text{kr} = 45\ 000\ \text{kr}$.

Løsning

Per Ivar har 45000 kroner, Anne Marie har 21000 kroner.

Pommes frites med remulade

Morten kjøpte en porsjon pommes frites og ba om å få remulade på den. Det hele kostet 11 kr. Selve pommes frites kostet 10 kr mer enn remuladen.

Hvor mye kostet remuladen?

Løsningsforslag

Sett prisen på remulade = x

da har vi at

prisen på pommes frites = $10 + x$,

prisen på pommes frites + prisen på remulade = 11 kr

$$(10 + x) + x = 11$$

$$x = 0,5$$

Løsning

0.50 kr - og **ikke** 1 kr

Saftblandereren

Astri blander seg et glass saft. Hun tar halvparten saft og resten vann. Erna tar et dobbelt så stort glass, bruker en firedel saft og resten vann. Dette synes moren var urettferdig, så hun blander saften fra dem begge, og gir dem like mye hver. Hvor stor del av blandingen er saft?

Løsningsforslag

Vi kan, for enkelhets skyld, si at Astri blander seg 1 liter saft hvor $\frac{1}{2}$ l er saftkonsentrat og $\frac{1}{2}$ l er vann.

Erna lager da 2 liter saft, hvor $\frac{1}{4}$ er saftkonsentrat - $\frac{1}{4} \cdot 2 \text{ l} = \frac{1}{2} \text{ l}$ saftkonsentrat. Hun har 1,5 l vann.

Så blandes

$\frac{1}{2} \text{ l}$ saft fra Astri + $\frac{1}{2} \text{ l}$ saft fra Erna = 1 l saft,

$\frac{1}{2} \text{ l}$ vann fra Astri + 1,5 l vann fra Erna = 2 l vann

Den nye blandingen består nå av 1 del saft og 2 deler vann, da utgjør saften $\frac{1}{3}$ av blandingen.

Løsning

En tredel

Seljordsormen

Den fryktede Seljordsormen er 30 meter lang pluss halvdelen av sin egen lengde. Hvor lang er Seljordsormen?

Løsningsforslag

Sett hele lengden til sjøormen = x ,
da vil

$$x = 30 + 1/2 \cdot x$$

$$x = 60$$

Løsning

60 meter lang

Siffersum

Ta et hvilket som helst tresifret tall, for eksempel 112.

Siffersummen til dette tallet er 4, siden $1 + 1 + 2 = 4$. 220 er et annet tresifret tall med siffersum 4, nemlig $2 + 2 + 0 = 4$. Hvor mange tresifrede tall med siffersum 4 finnes det totalt?

Løsningsforslag

De ti tallene er

112

211

121

130

103

310

301

220

202

400

Løsning

10 tall

Skiforeningen har problemer

I den lokale skiforeningen hadde det oppstått krangel og en av medlemmene meldte seg ut. Året etter var det en elendig skivinter, og da meldte $1/5$ av de gjenværende medlemmene seg ut.

Etter det var det 24 medlemmer igjen i foreningen. Hvor mange medlemmer var det før krangelen startet?

Løsningsforslag

Sett medlemstallet før krangelen = x ,
rett etter krangelen meldte 1 person seg ut,
året etter krangelen meldte det seg ut $1/5$ av $(x-1)$ medlemmer

Vi kan nå sette opp følgende likning

$$x - 1 - 1/5 \cdot (x - 1) = 24$$

$$x = 31$$

Løsning

31

Sneglen i brønnen

En snegl sitter på bunnen av en ti meter dyp brønn og skulle gjerne komme seg opp. Hver dag klarer den å klatre tre meter, men mens den sover om natten, sklir den to meter ned igjen. Hvor mange dager tar det sneglen å komme opp til brønnkanten?

Løsningsforslag

Her kan det lønne seg å tegne opp situasjonen fra dag til dag, og ha tungen rett i munnen når du kommer til den åttende dagen!

På den åttende dagen kommer den nemlig opp til kanten av brønnen og sklir derfor ikke ned mer.

Løsning

Sneglen er oppe etter åtte dager.

Stigen

Jeg lånte en gang en stige av naboen.

"Hvor lang er stigen?" spurte jeg.

Naboen, som var litt av en spøkefugl, sa: "Den er 3 meter pluss en tredel av stigen". Hvor lang var stigen egentlig?

Løsningsforslag

Sett stigens lengde = x

$$x = 3 \text{ m} + \frac{1}{3}x$$

$$x = 4,5$$

Løsning

4,5 meter

Talltrening

Bruk sifrene 1, 2, 3 og 4 én gang og lag et produkt. Den kan ha to eller flere faktorer. Eksempler:

$$21 \times 34 = 714$$

$$421 \times 3 = 1263$$

a) Hva er det største produktet du kan få?

b) Hva er det minste produktet du kan få?

Løsningsforslag

For å finne største produktet er det bare å prøve seg fram.

I det minste produktet vil faktorene være så små som mulig, og da blir det $1 \times 2 \times 3 \times 4$.

Løsning

Største produkt: $41 \times 32 = 1312$

Minste produkt: $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$

Tre menn på en benk

Tre menn sitter på en benk. Det er den sannferdige, som alltid snakker sant, løgneren, som alltid lyver og skøyeren som man aldri kan vite om man kan tro på eller ikke. Vi spurte mannen til venstre: "hvem sitter ved siden av deg?" Han svarte: "den sannferdige". Vi spurte mannen i midten: "hvem er du?" Han svarte: "skøyeren". Vi spurte mannen til høyre: "hvem sitter i midten?" Han svarte: "løgneren". Hvem er hvem?

Løsningsforslag

Mannen i midten må være enten skøyeren eller løgneren, ellers ville han ha sagt at han var den sannferdige. Det første svaret må derfor åpenbart være en løgn, så mannen til venstre er heller ikke den sannferdige. Da vet vi at mannen til høyre er den sannferdige, og siden han sier at mannen i midten er løgneren, er det skøyeren som sitter til venstre.

Løsning

Skøyeren sitter til venstre, løgneren i midten og den sannferdige til høyre.

Tursekk

Ellen, Hilde og Arnhild skal på fjelltur med til sammen 30 kg oppakning. De er ikke like sterke, og fordeler vekten seg i mellom på følgende måte:

Ellen tar 5 kg mer enn Arnhild, som igjen bærer dobbelt så mye som Hilde. Hvor mye bærer hver av dem?

Løsningsforslag

De bærer 30 kg totalt, og

Hilde bærer = x kg

Arnhild bærer dobbelt så mye som Hilde = $2 \cdot x$ kg

Ellen bærer 5 kg mer enn Arnhild = $(2 \cdot x + 5)$ kg

Da får vi at

Hildes bær + Arnhilds bær + Ellens bær = 30 kg

$$x + 2x + (2x + 5) = 30$$

$$x = 5$$

Hilde bærer 5 kg, Arnhild bærer 10 kg og Ellen bærer 15 kg.

Løsning

Ellen bærer 15 kg, Hilde 5 kg og Arnhild 10 kg.

Vekten

Det sitter en vektor og veier ulike objekter opp mot hverandre på en vanlig skålvækt. En sirkel og en trekant veier tilsammen like mye som en firkant. En sirkel veier det samme som en trekant og en stang tilsammen. En tredje veiing viser at to firkanter veier det samme som tre stenger.

Det han nå lurer på er:

Hvor mange trekkanter skal til for å oppveie en sirkel?

Løsningsforslag

Hva får vi opplyst?

sirkel + trekant = firkant

sirkel = trekant + stang

firkant + firkant = stang + stang + stang

Dette er et likningssett med 3 likninger og 3 ukjente, og med innsetting finner vi at

5 trekkanter veier like mye som en sirkel.

Løsning

5 trekkanter veier det samme som en sirkel